

絶対わかる超対称性

-- a pedagogical review --

E. Poppitz, hep-th/9710274

太田信義・坂井典佑，超対称理論入門，サイエンス社

江口徹，超対称性理論入門（大学院素粒子物理2），講談社

村山，久野，・・・

その他大先生たちのパクリです

白石 清

注：小さい字や薄い字は，無理に読もうとしないでね。ヒトリゴトだから。

particle 素粒子

sparticle ス粒子

スは^ス超⁻対^ジ称⁻性⁻のス

ようこそ！ 超対称の世界へ！

超対称性

supersymmetry

SUSY (スージー)

対称性は、特に素粒子理論において、重要な概念である。

時空の対称性を拡張することで、われわれは超対称性という、ボソンとフェルミオンを関係づける、究極の対称性に辿り着いた。果たして、自然界に超対称性を見つけることができるであろうか。また、超対称性には、どんな役割が期待されているのだろうか。

社会学的考察・言語学的考察

この話は何処にもつながりませんが

今から 25 年ほど前，

3 つの「超」(super) ！

高温超伝導

超新星 (1987A)

超弦理論

SSC '93 中止，スーパーカミオカンデ，・・・

さらにその 10 年以上前にスーパーと言えば・・・

スーパーカー

(バブル期もちょっとはやったが)

最近ではスーパーといえば **supercomputer** (スパコン)

でも supersymmetry はスパシンとは言わないよ。 けわしいしわけ

2 位じゃいけないんでしょうか

それはさておき

SUSY は就活の必須アイテムです。 (超一部のヒトにとって)

supermarket

個人でその割合は？ **さて小生の論文（査読付）ではSUSYの割合は？**

1. On Instability of Squashed Spheres in the Kaluza-Klein Theory, Kiyoshi SHIRAISHI, October 1985, Progress of Theoretical Physics Volume 74, Number 4, pp. 832-841, DOI:10.1143/PTP.74.832.
2. The Friedmann Universe and Compact Internal Spaces in Higher-Dimensional Gravity Theories, Kiyoshi SHIRAISHI, July 1986, Progress of Theoretical Physics Volume 76, Number 1, pp. 321-324, DOI:10.1143/PTP.76.321.
3. Bose-Einstein Condensation in Compactified Spaces, Kiyoshi SHIRAISHI, April 1987, Progress of Theoretical Physics Volume 77, Number 4, pp. 975-982, DOI:10.1143/PTP.77.975.
4. Finite Temperature and Density Effects in Higher Dimensions with and without Compactifications, Kiyoshi SHIRAISHI, May 1987, Progress of Theoretical Physics Volume 77, Number 5, pp. 1253-1266, DOI:10.1143/PTP.77.1253.
5. Finite Temperature and Density Effects on Symmetry Breaking by Wilson Loops, Kiyoshi SHIRAISHI, July 1987, Zeitschrift fur Physik C35, No.1 (1987) pp. 37-42, DOI:10.1007/BF01561053.
6. Finite Temperature Effect on Wilson Loop Mechanism, Kiyoshi SHIRAISHI, September 1987, Progress of Theoretical Physics Volume 78, Number 3, pp. 535-539 [Volume 81, Number 1, p. 248 (Errata)], DOI:10.1143/PTP.78.535.
7. Neutrinos from Supernova Explosion and the Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein Effect, H. Minakata, H. Nunokawa, K. Shiraishi and H. Suzuki, November 1987, Modern Physics Letters A2, Number 11, pp. 827-834, DOI:10.1142/S0217732387001051.
8. Wilson Loops in Open String Theory, KIYOSHI SHIRAISHI, February 1988, Modern Physics Letters A3, Number 3, pp. 283-287, DOI:10.1142/S0217732388000337.
9. Higher-Dimensional Black Holes with Axial Symmetry, Takao Koikawa and Kiyoshi Shiraishi, July 1988, Progress of Theoretical Physics Volume 80, Number 1, pp. 108-118, DOI:10.1143/PTP.80.108.
10. Neutrinos from SN1987A and CI Experiment at the Homestake Mine, Hisakazu Minakata, Hiroshi Nunokawa, and Kiyoshi Shiraishi, 15 July 1988, Physical Review D38, Number 2, pp. 694-697, DOI:10.1103/PhysRevD.38.694.
11. Kac-Moody Symmetry in Hosotani Model, Kiyoshi SHIRAISHI, October 1988, Progress of Theoretical Physics Volume 80, Number 4, pp. 601-606, DOI:10.1143/PTP.80.601.
12. Thermodynamic Potential for Compactified Bosonic strings, K. SHIRAISHI, November 1988, il Nuovo Cimento 100A, Number 5, pp. 683-692, DOI:10.1007/BF02813316.
13. Wilson-Loop Symmetry Breaking Reexamined, A. Nakamura and K. Shiraishi, 22 December 1988, Physics Letters B215, No. 3, pp. 551-554 [B218, No. 4, p. 508 (Errata)], DOI:10.1016/0370-2693(88)91357-3.
14. Gauge Fields on Torus and Partition Function of Strings, A. Nakamura and K. Shiraishi, January 1989, International Journal of Modern Physics A4, No. 2, pp. 389-400, DOI:10.1142/S0217751X89000170.

15. Cosmological String Theory with Thermal Energy, Kiyoshi Shiraishi, 15 February 1989, Europhysics Letters 8, No. 4, pp. 303-307.
16. Compactification of Space-time in $SU(2)$ Yang-Mills Theory, Kiyoshi Shiraishi, December 1989, Classical and Quantum Gravity 6, No. 12, pp. 2029-2034, DOI:10.1088/0264-9381/6/12/026.
17. Hosotani Model in Closed String Theory, Kiyoshi Shiraishi, January 1990, Classical and Quantum Gravity 7, No. 1, pp. 135-148, DOI:10.1088/0264-9381/7/1/017.
18. The Universe as a Topological Defect in a Higher-Dimensional Einstein-Yang-Mills Theory, A. Nakamura and K. Shiraishi, January 1990, Acta Physica Polonica B21, No. 1, pp.11-16.
19. Double Compactification, A. Nakamura and K. Shiraishi, February 1990, il Nuovo Cimento 105B, No. 2, 179-190, DOI:10.1007/BF02723076.
20. Degenerate Fermion and Wilson Loops in 1+1 Dimensions, K. Shiraishi, April 1990, Canadian Journal of Physics 68, No. 4&5, pp. 357-360, DOI:10.1139/p90-056.
21. Zero Modes in Vortex-Fermion System with Compact Extra Space, A. Nakamura and K. Shiraishi, June 1990, Modern Physics Letters A5, No. 14, pp. 1109-1117, DOI:10.1142/S0217732390001244.
22. Cosmic Strings in Compactified Gauge Theory, A. Nakamura, S. Hirenzaki and K. Shiraishi, 30 July 1990, Nuclear Physics B339, No. 2, pp. 533-544, DOI:10.1016/0550-3213(90)90360-P.
23. Euclidean Wormhole Solutions of Einstein-Yang-Mills Theory in Diverse Dimensions, K. Yoshida, S. Hirenzaki and K. Shiraishi, 15 September 1990, Physical Review D42, No. 6, pp.1973-1981, DOI:10.1103/PhysRevD.42.1973.
24. Phase Transition and String Formation in Six-dimensional Gauge Theory, A. Nakamura and K. Shiraishi, December 1990, Progress of Theoretical Physics 84, No.6, pp. 1100-1107, DOI:10.1143/PTP.84.1100.
25. A New Vector-Tensor Theory and Higher-Dimensional Cosmology, K. Yoshida and K. Shiraishi, 2 March 1991, Physica Scripta 43, No.2, pp.129-132, DOI:10.1088/0031-8949/43/2/001.
26. Global Strings in Five-dimensional Supergravity, Miho Marui and Kiyoshi Shiraishi, 18 April 1991, Physics Letters B259, Nos. 1&2, pp.58-62, DOI:10.1016/0370-2693(91)90133-B.
27. Bogomol'nyi Equations for Vortices in Born-Infeld-Higgs Systems, Kiyoshi Shiraishi and Satoru Hirenzaki, June 1991, International Journal of Modern Physics A6, No.15 (1991) pp. 2635-2647, DOI:10.1142/S0217751X9100126X.
28. Born-Infeld Monopoles and Instantons, Atsushi Nakamura and Kiyoshi Shiraishi, October 1991, Hadronic Journal 14, No. 5, pp. 369-375.
29. Vacuum Energy for Yang-Mills Fields in $R^4 \times S^1$: one-loop, two-loop, and beyond, Kiyoshi Shiraishi and Satoru Hirenzaki, January 1992, Zeitschrift fur Physik C53, No. 1, pp. 91-96, doi DOI:10.1007/BF01483877.
30. Aharonov-Bohm Scattering by Vortices of Dimensionally-Reduced Yang-Mills Field, Kiyoshi Shiraishi and Atsushi Nakamura, Jan./Feb.1992, Czechoslovak Journal of Physics 42, No. 3, pp. 285-289, DOI:10.1007/BF01598425.
31. Decaying Domain Walls in an Extended Gravity Model and Cosmology, Kiyoshi Shiraishi, June 1992, Revista Mexicana de Fisica 38, No. 2, pp. 269-278.
32. Quantum Correction to Scattering Amplitude in Conical Space-time, Kiyoshi Shiraishi, June 1992, Journal of the Korean Physical Society 25, No. 3, pp. 192-195.

33. Spinning a charged dilaton black hole, Kiyoshi Shiraishi, 29 June 1992, Physics Letters A166, Nos. 5&6, pp. 298-302, DOI:10.1016/0375-9601(92)90712-U.
34. Effect of Self-Interaction on Vacuum Energy for Yang-Mills System in Kaluza-Klein Theory, Kiyoshi Shiraishi and Satoru Hirenzaki, August 1992, Chinese Journal of Physics 30, No. 4, pp. 431-436.
35. U() Gauge Theory from Higher Dimensions, Kiyoshi Shiraishi, 30 September 1992, International Journal of Modern Physics A7, No.24, pp. 6025-6037, DOI:10.1142/S0217751X92002738.
36. Quantum Aspects of Self-interacting Fields around Cosmic Strings, Kiyoshi Shiraishi and Satoru Hirenzaki, October 1992, Classical and Quantum Gravity 9, No. 10, pp. 2277-2286, DOI:10.1088/0264-9381/9/10/011.
37. Can Virtual Cosmic Strings Shift the Hawking Temperature? Kiyoshi Shiraishi, 15 November 1992, Europhysics Letters 20, No. 6, pp. 483-485.
38. Condensation of Yang-Mills field at High Temperature in the Presence of Fermions, Atsushi Nakamura and Kiyoshi Shiraishi, 1992 Acta Physica Slovaca 42, No. 6, pp. 338-343.
39. Superradiance from a Charged Dilaton Black hole, Kiyoshi Shiraishi, 7 December 1992, Modern Physics Letters A7, No. 37, pp. 3449-3454, DOI:10.1142/S0217732392002858.
40. Quantum Effects near Charged Dilatonic Black holes, Kiyoshi Shiraishi, 14 December 1992, Modern Physics Letters A7, No. 38, pp. 3569-3574, DOI:10.1142/S0217732392002986.
41. Solutions of the Renormalization Group Equations for Minimal Supergravity SU(5) GUT and Strong Constraints on its Parameters, Minoru Matsumoto, Jiro Arafune, Hidekazu Tanaka and Kiyoshi Shiraishi, 1 November 1992, Physical Review D46, pp. 3966-3980, DOI:10.1103/PhysRevD.46.3966.
42. Multi-Centered Solution for Maximally-Charged Dilaton Black holes in Arbitrary Dimensions, Kiyoshi Shiraishi, April 1993, Journal of Mathematical Physics 34, No. 4, pp. 1480-1486, DOI:10.1063/1.530167.
43. Moduli Space Metric for Maximally Charged Dilaton Black holes, Kiyoshi Shiraishi, July 29, 1993, Nuclear Physics B402, Nos. 1&2, pp. 399-410, DOI:10.1016/0550-3213(93)90648-9.
44. Classical and Quantum Scattering of Maximally Charged Dilaton Black holes, Kiyoshi Shiraishi, 1993, International Journal of Modern Physics D2, No. 1, pp. 59-77, DOI:10.1142/S0218271893000052.
45. Multi-Black Hole Solutions in Cosmological Einstein-Maxwell-Dilaton Theory, Takuya Maki and Kiyoshi Shiraishi, 8 October 1993, Classical and Quantum Gravity 10, No. 10, pp.2171-2178, DOI:10.1088/0264-9381/10/10/024.
46. Extremal Black Holes and Strings in Linear Dilaton Vacua, Takuya Maki and Kiyoshi Shiraishi, December 1993, Progress of Theoretical Physics 90, No. 6 , pp.1259-1268, DOI:10.1143/PTP.90.1259.
47. Motion of Test Particles around a Charged Dilatonic Black Hole, Takuya Maki and Kiyoshi Shiraishi, January 1994, Classical and Quantum Gravity 11, No. 1, pp.227-237, DOI:10.1088/0264-9381/11/1/022.
48. Vacuum Polarization around a Three-Dimensional Black Hole, Kiyoshi Shiraishi and Takuya Maki, March 1994, Classical and Quantum Gravity 11, No. 3, pp.695-699, DOI:10.1088/0264-9381/11/3/019.
49. Magnetic Moment of Electrons near Cosmic Strings, Takuya Maki and Kiyoshi Shiraishi, April 30, 1994, Journal of Modern Physics A9, No. 11, pp. 1787-1795, DOI:10.1142/S0217751X94000765.

50. Quantum Fluctuation of Stress Tensor and Black Holes in Three Dimensions, Kiyoshi Shiraishi and Takuya Maki, 15 May 1994, Physical Review D49, No. 10, pp. 5286-5294, DOI:10.1103/PhysRevD.49.5286.
51. Vacuum Polarization near Asymptotically Anti-de Sitter Black Holes in Odd Dimensions, Kiyoshi Shiraishi and Takuya Maki, July 1994, Classical and Quantum Gravity 11, No. 7, pp. 1687-1696, DOI:10.1088/0264-9381/11/7/009.
52. More on Quantum Kinks in Gauge Theories on $R^2 \times S^1$, Takuya Maki and Kiyoshi Shiraishi, August 1994, il Nuovo Cimento A107, N. 8, pp. 1219-1227, DOI:10.1007/BF02775762.
53. Three Dimensional Black Holes and Solitons in Higher-Dimensional Theories with Compactification, Takuya Maki and Kiyoshi Shiraishi, November 1994, Classical and Quantum Gravity 11, No. 11, pp. 2781-2787, DOI:10.1088/0264-9381/11/11/018.
54. Quantum Corrections to Entropy of Charged Dilatonic Black Holes in Arbitrary Dimensions, Kiyoshi Shiraishi, 14 December 1994, Modern Physics Letters A9, No. 38, pp. 3509-3516, DOI:10.1142/S0217732394003348.
55. Exact Solutions for Gravitational Collapse with a Dilaton Field in Arbitrary Dimensions, Takuya Maki and Kiyoshi Shiraishi, January 1995, Classical and Quantum Gravity 12, No. 1, pp. 159-172, DOI:10.1088/0264-9381/12/1/014.
56. Statistical Mechanics of Charged Particles in Einstein-Maxwell-Scalar theory, Kiyoshi Shiraishi and Takuya Maki, 15 March 1996, Physical Review D53, No. 6, pp. 3070-3073. DOI:10.1103/PhysRevD.53.3070, gr-qc/9510005
57. Low-Energy Interaction of a Cosmic String and an Extreme Dilatonic Black Hole, Kiyoshi Shiraishi, June 1996, Classical and Quantum Gravity 13, No. 6, pp.1655-1660, DOI:10.1088/0264-9381/13/6/027, gr-qc/9512001
58. Boson Stars with Large Self-interaction in (2+1) dimensions: an Exact Solution, Kenji Sakamoto and Kiyoshi Shiraishi, 20 October 1998, Journal of High Energy Physics 07 (1998) 015 (12 pages). DOI:10.1088/1126-6708/1998/07/015, gr-qc/9804067
59. Exact Solutions for Boson-Fermion Stars in (2+1) dimensions, Kenji Sakamoto and Kiyoshi Shiraishi, 17 November 1998, Physical Review D58 (1998) 124017 (8 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.58.124017, gr-qc/9806040
60. Effective field theory of slowly moving 'extreme black holes', Yoshitaka Degura and Kiyoshi Shiraishi, 7 October 2000, Classical and Quantum Gravity 17 (2000) issue19, pp. 4031-4050, DOI:10.1088/0264-9381/17/19/305, hep-th/0006015.
61. Extremely charged static perfect fluid distributions with dilaton in curved spacetimes, Yoshinori Cho, Yoshitaka Degura, and Kiyoshi Shiraishi, 27 September 2000, Physical Review D 62 (2000) 084038 (6 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.62.084038, gr-qc/0005045.
62. Rotating Boson Star with Large Self-interaction in (2+1) dimensions, Kenji Sakamoto and Kiyoshi Shiraishi, 22 November 2000, Physical Review D 62 (2000) 124014 (6 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.62.124014, gr-qc/9910113.
63. Black Holes with Scalar Hair in (2+1) dimensions, Yoshitaka Degura, Kenji Sakamoto and Kiyoshi Shiraishi, June 2001, Gravitation & Cosmology 7, No. 2, pp. 153-158. gr-qc/9805011.
64. Equation of state for a classical gas of BPS black holes, Nahomi Kan, Takuya Maki and Kiyoshi Shiraishi, 16 October 2001, Physical Review D64 (2001) 104009 (10 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.64.104009, gr-qc/0104044.
65. Conformal Quantum Mechanics in Two Black Hole Moduli Space, Kenji Sakamoto and Kiyoshi Shiraishi, 28 June 2002, Physical Review D66 (2002) 024004 (7 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.66.024004, hep-th/0203152.

66. Bulk Fermion Stars with New Dimensions, Nahomi Kan and Kiyoshi Shiraishi, 25 November 2002, Physical Review D66 (2002) 105014 (8 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.66.105014, hep-th/0204173.
67. Noncommutative gravity in three dimensions coupled to spinning sources, Kiyoshi Shiraishi, Kenji Sakamoto and Nahomi Kan, February 2003, Il Nuovo Cimento 118 B, issue 02, pp. 165--174. hep-th/0204173.
68. Shape of Deconstruction, Kiyoshi Shiraishi, Kenji Sakamoto and Nahomi Kan, 21 February 2003, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics 29, No. 4 (2003) pp. 595-601. DOI:10.1088/0954-3899/29/4/301, hep-ph/0209126.
69. Deconstructing Scalar QED at Zero and Finite Temperature, Nahomi Kan, Kenji Sakamoto and Kiyoshi Shiraishi, 27 May 2003 (online first:14 April 2003), The European Physical Journal C 28 Issue 3 (2003) pp. 425-430. DOI:10.1140/epjc/s2003-01181-9, hep-th/0209096. DOI 10.1140/epjc/s2003-01181-9
70. Quantum Scattering in Two Black Hole Moduli Space, Kenji Sakamoto and Kiyoshi Shiraishi, 28 July 2003, Physical Review D68 (2003) 025019 (7 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.68.025019, gr-qc/0302113.
71. Multi-graviton theory, a latticized dimension and the cosmological constant, Nahomi Kan and Kiyoshi Shiraishi, 17 October 2003, Classical and Quantum Gravity 20 (2003) issue 23, pp. 4965-4971, DOI:10.1088/0264-9381/20/23/001, gr-qc/0212113.
72. Compactification in deconstructed gauge theory with topologically non-trivial link fields, Yoshinori Cho, Nahomi Kan and Kiyoshi Shiraishi, May 2004, Acta Physica Polonica B35, Number 5, pp. 1597-1605, hep-th/0306012.
73. Induced Gravity from Theory Space, Nahomi Kan and Kiyoshi Shiraishi, May 2004, Progress of Theoretical Physics Volume 111, Number 5, pp. 745-755, DOI:10.1143/PTP.111.745, gr-qc/0310055.
74. One-loop effective potential for the vacuum gauge field in $M_3 \times S^3 \times S^1$ space-times, Yoshinori Cho and Kiyoshi Shiraishi, 10 April 2005, Modern Physics Letters A20, No. 11, pp. 833-839, DOI:10.1142/S0217732305016932, hep-th/0405154.
75. Divergences in quantum electrodynamics on a graph, Nahomi Kan and Kiyoshi Shiraishi, November 2005, Journal of Mathematical Physics, Volume 46, Issue 11, 112301 (2005) (9 pages), DOI:10.1063/1.2109687, hep-th/0409268.
76. Finite density effects in Hosotani mechanism and a vacuum gauge ball, Yoshinori Cho and Kiyoshi Shiraishi, September 2006, Algebras, Groups and Geometries, Volume 23, Number 3, pp. 303-325, hep-ph/0412070.
77. Emergent Einstein Universe under Deconstruction, Nahomi Kan and Kiyoshi Shiraishi, May 2009, Progress of Theoretical Physics Volume 121, Number 5, pp. 1035-1048, DOI:10.1143/PTP.121.1035, arXiv:0901.3879 [gr-qc]
78. Vortices and Superfields on a Graph, Nahomi Kan, Koichiro Kobayashi and Kiyoshi Shiraishi, August 2009, Physical Review D80 (2009) 045005 (12 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.80.045005, arXiv:0901.1168 [hep-th]

はははは (^_^;) 少ないですね わろうてごまかすにかぎるぞよ (独白)

超対称性とは一体何だろうか
超対称性は誰が考え出したか
超対称性とは何処にあるのか
何ゆえ超対称性が必要なのか
超対称性はいつ見つかるのか

超対称量子力学・一次元調和振動子

超対称場の理論

超対称粒子 (sparticles)

Dark Matter

WIMP 検出実験

SUSY を信じる？

を織り交ぜてご提供。

途中でどんどん質問してください

俺に質問するな！ by 照井竜 答えは聞いてない！ by リュウタロス てなわけないので

超対称性とは一体何だろうか

超対称性は量子力学的時空の（大域的）対称性である。

ボソンとフェルミオンを結びつける

ボソン boson 同じ状態がいくつでも取れる スピンは整数

通常の素粒子では 光子，ウィークボソン (W, Z)，グルーオン
（以上スピン1），ヒッグス粒子（スピン0）

フェルミオン fermion パウリの排他律に従う スピンは半奇数

通常の素粒子では 電子やニュートリノなどレプトン，クォーク
（スピン1/2）

超対称性は誰が考え出したか

宮沢弘成 1968,
Ramond 1971 (superstring),
Golfand, Likhtman 1971,
Volkov, Akulov 1973,
Wess, Zumino 1974,
Witten 1981 (超対称量子力学)

超対称量子力学・一次元調和振動子 (質量 $m=1$)

まず, 普通の (ボソンの) 調和振動子 $V = \frac{1}{2} \omega^2 q^2$

ハミルトニアン (量子力学!) $(\hbar=1) \quad [q, p] = i$

$$H_B = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dq^2} + \frac{1}{2} \omega^2 q^2 = \frac{1}{2} (b^\dagger b + b b^\dagger) = \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right)$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{\omega}} \frac{d}{dq} + \sqrt{\omega} q \right), \quad b^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{\sqrt{\omega}} \frac{d}{dq} + \sqrt{\omega} q \right)$$

$$\left[\frac{d}{dq}, q \right] = 1 \quad [b, b^\dagger] = b b^\dagger - b^\dagger b = 1$$

確認しよう

交換子

$$[A, B] = AB - BA$$

反交換子

$$\{A, B\} = AB + BA$$

例： $[\sigma_1, \sigma_2] = 2i \sigma_3$, $\{ \sigma_1, \sigma_2 \} = 0$

パウリ行列

$$1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad 2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ポイント：
$$[b, b^\dagger] = bb^\dagger - b^\dagger b = 1$$

ボソン： 消滅演算子と生成演算子の交換関係

ボソン振動子のエネルギースペクトル

$$E_n^B = \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$H_B |n\rangle = E_n^B |n\rangle$$

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (b^\dagger)^n |0\rangle$$

$$b|0\rangle = 0, \quad |0\rangle : \text{真空}$$

フェルミオン？ パウリの排他原理に従う！

$$f^2 = 0, (f^\dagger)^2 = 0$$

例えば $f = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix}, f^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}$

ポイント：

フェルミオン： 消滅演算子と生成演算子の反交換関係

$$\{f, f^\dagger\} = f f^\dagger + f^\dagger f = 1$$

フェルミオンの調和振動子ハミルトニアン

$$H_F = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} f^\dagger f & -f f^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f^\dagger f & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

フェルミオン振動子のエネルギースペクトル

$$E_n^F = \left(k - \frac{1}{2} \right), \quad k = 0, 1$$

$$|1\rangle = f^\dagger |0\rangle$$

$$f |0\rangle = 0$$

$|0\rangle$: 真空

$$H_B = \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right) \quad \text{と} \quad H_F = \left(f^\dagger f - \frac{1}{2} \right) \text{をたす!}$$

$$H_{\text{SUSY}} = \left(b^\dagger b + f^\dagger f \right) = \left(b^\dagger f + f^\dagger b \right)^2 \cdot \cdot \cdot *$$

$$\text{ただし } [b, f] = [b^\dagger, f] = [b, f^\dagger] = [b^\dagger, f^\dagger] = 0$$

* 練習問題。

$$\text{ちなみに } H_{\text{SUSY}} = \tilde{Q}^2, \quad \tilde{Q} = \sqrt{\left(b^\dagger f + f^\dagger b \right)} \quad \text{とも書ける}$$

練習問題解答

$$\begin{aligned}
 (b \dagger f + f \dagger b)^2 &= \cancel{b \dagger f b \dagger f} + b \dagger f f \dagger b + f \dagger b b \dagger f + \cancel{f \dagger b f \dagger b} \\
 &= b \dagger f f \dagger b + f \dagger b b \dagger f \\
 &= \underline{b \dagger b f f \dagger} + \underline{b b \dagger f \dagger f} \\
 &= b \dagger b (1 - f \dagger f) + (1 + b \dagger b) f \dagger f \\
 &= b \dagger b - \cancel{b \dagger b f \dagger f} + f \dagger f + \cancel{b \dagger b f \dagger f} \\
 &= b \dagger b + f \dagger f
 \end{aligned}$$

$$H_{\text{SUSY}} = \left(b^\dagger b + f^\dagger f \right) = \left(b^\dagger f + f^\dagger b \right)^2$$

超对称生成子 (supercharges)

$$Q = \sqrt{} b^\dagger f, \quad Q^\dagger = \sqrt{} f^\dagger b$$

$$Q^2 = Q^{\dagger 2} = 0$$

$$H_{\text{SUSY}} = \left(Q + Q^\dagger \right)^2 = \left\{ Q, Q^\dagger \right\}$$

$$\left[Q^\dagger, b^\dagger \right] = \sqrt{} f^\dagger, \quad \left\{ Q, f^\dagger \right\} = \sqrt{} b^\dagger$$

超代数

$$\left\{ Q, Q^\dagger \right\} = H, \quad Q^2 = Q^{\dagger 2} = 0$$
$$\left[Q, H \right] = \left[Q^\dagger, H \right] = 0$$

Q: ハミルトニアンは時間推進生成子
ではQは？

A: フェルミオンの座標の並進

Qは supercharge

時間があれば後ほど。

閑話休題

超対称調和振動子のエネルギーレベル

$$H_{\text{SUSY}} |n, k\rangle = E_{n, k}^{\text{SUSY}} |n, k\rangle = (n + k) |n, k\rangle$$

$$Q |n, 1\rangle = \sqrt{(n+1)} |n+1, 0\rangle, \quad Q |n, 0\rangle = 0$$

$$Q^\dagger |n, 0\rangle = \sqrt{n} |n-1, 1\rangle, \quad Q^\dagger |n, 1\rangle = 0$$

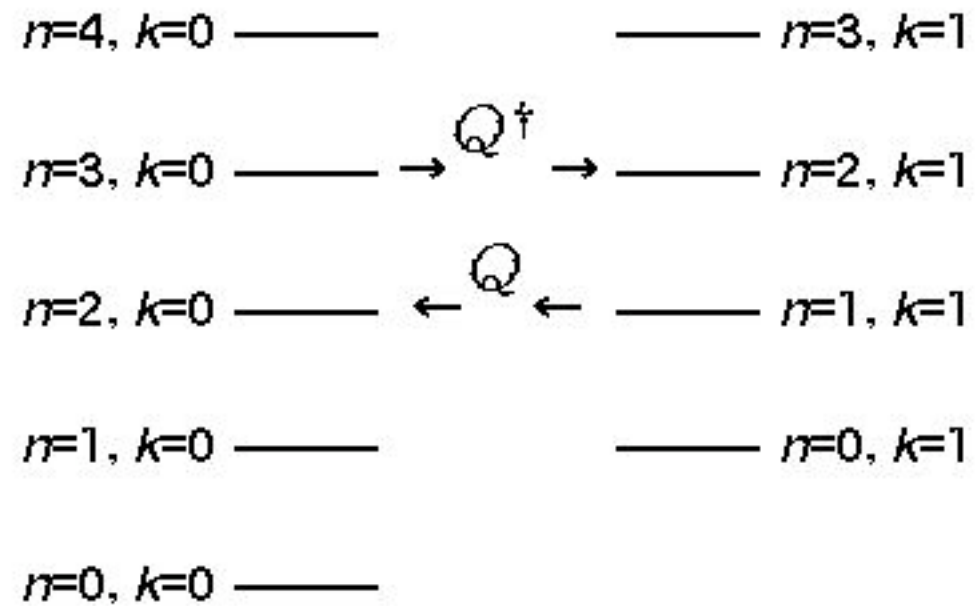
$$Q^\dagger |0, 0\rangle = 0$$

$k = 0$ ボソンの状態

$|B\rangle$

$k = 1$ フェルミオンの状態

$|F\rangle$



$$B \rightleftharpoons F$$

$$Q^\dagger |B\rangle = |F\rangle, \quad Q |F\rangle = |B\rangle$$

$$\text{ただし } Q^\dagger |0\rangle = Q |0\rangle = 0$$

$$\text{ここで } |0\rangle \text{ は真空, } H |0\rangle = 0$$

$$H |E\rangle = E |E\rangle \text{ のとき}$$

$$E = \langle E | H | E \rangle = \langle E | Q Q^\dagger + Q^\dagger Q | E \rangle = 2 | \langle Q | E \rangle |^2 \geq 0$$

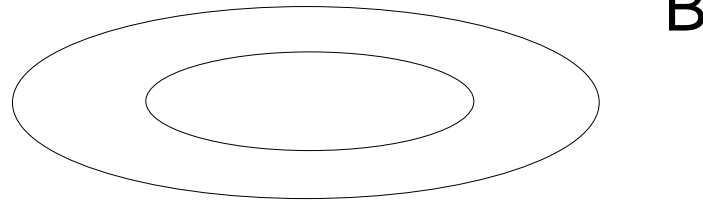
$$\text{等号成立は } E = 0, \quad Q^\dagger |0\rangle = Q |0\rangle = 0$$

最低エネルギーがゼロ 超対称性が破れていない

さて，こんな model で記述される系は現実に存在します

垂直に一様な磁場の掛かった平面内の電子

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{|e|B}{m} + \frac{|e|B}{2m} \left\langle \begin{array}{c} 3 \\ \end{array} \right\rangle$$



超対称（量子）場の理論

ポアンカレ変換のうちで共変なものに置き換えるならば,
 $H = P_0$ (四元運動量の時間成分) P_μ (四元運動量)

$$\begin{array}{cccc} Q & Q & Q^\dagger & \bar{Q} \\ \left\{ Q, \bar{Q} \right\} & = & -2i & \cdot P_\mu \end{array}$$

supercharges Q, \bar{Q} はスピン 1/2 を持つ

2つでベクトル(スピン1)をつくるからね, 特殊相対性理論の要請とも言える

ボソン フェルミオン

場の超対称変換

: スカラー（ボソン）場

: スピン 1/2 フェルミオン場

$$\begin{aligned}
 &= \overline{\psi} \\
 &= \psi / + \dots
 \end{aligned}$$

: 無限小変換パラメータは **グラスマン数**

$$\psi_1 \psi_2 = - \psi_2 \psi_1$$

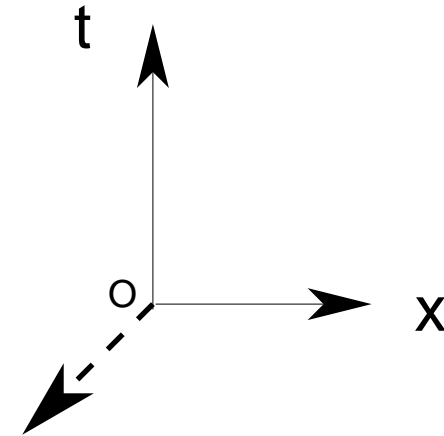
の次元 $\sim \sqrt{\text{長さ}}$

グラスマン数 反可換な「数」

超空間 superspace

通常の時空座標に加え, グラスマン座標

その次元は $\sqrt{\text{長さ}}$



これが時空対称性を最大に拡張する仕方*

Coleman, Mandula 1967

Haag, Lopuszanski, Sohnius 1975

* conformal symmetryの話は今日はしまい

超対称性とかけて何となく

整いました

**超対称性とかけて
平らでない所での押印ととく**

**その心は
どちらも はんこうかんのが大事でしょう
(反交換 / 判子 浮かん)**

超対称性とは何処にあるのか

in wonderland of **素粒子物理**

標準模型 Standard Model (SM) +

超対称粒子 superparticle (sparticle), superpartner

MSSM (Ms.SM デハナイ)

Minimal Supersymmetric Standard Model

(ヒッグスも2つ)

particles --- sparticles

bosons --- fermions

gauge boson --- gaugino

photon --- photino

gluon --- gluino

W --- wino

Z --- zino (Zumino?)

Higgs --- higgsino

particles --- sparticles

fermions --- bosons

lepton --- slepton
レプトン --- スレプトン

(s は susy の s または scalar の s)

electron --- selectron
neutrino --- sneutrino

quark --- squark
クォーク --- スクォーク

top --- stop

同様に ,

kawai --- kawaino

kai --- kaino

shiraishi --- hiraishi

shigeoika --- higeoka

すうどん --- うどん

すこんぶ --- こんぶ

スランプ --- ランプ

スクール水着 --- クール水着

というのは**ウソ**です。

particles | sparticles

スピン $1/2$ の超対称粒子は，ニュートラリーノ，チャージーノ
((スピン $3/2$ の超対称粒子は，グラヴィティーノ))

超対称性はいつ見つかるのか

LHCで見つかるかな。ちかぢか？

でなきゃ宇宙でか。

ところで超対称性は少しは破れているに違いない。

厳密な超対称性 **sparticle** (superpartner)は元の粒子と同一の質量を持つ

LHC では , squark, gluino の生成・観測に期待

ニュートラリーノ missing energy

(slepton は「雑音」に紛れ , 検出困難。次世代の線形電子コライダーで?)

その他実験的検証

クォーク , レプトン フレーバーチェンジング

μ e^+ --- 高強度ミュオンビーム

CP の大きな破れ

何ゆえ超対称性が必要なのか

1 . 階層性問題

弱い相互作用 100 GeV のエネルギースケールの理論
 重力相互作用 10^{19} GeV のエネルギースケールの理論

$$M_{\text{Planck}} \sim G_{\text{N}}^{-1/2}$$

弱い力の物理は、桁違いにスケールが小さい

何か問題？

量子補正がバカデカイ・・・小さい結果は不自然

(ループを含むファインマン図)

でも，光子は質量ゼロですね
これはゲージ対称性のおかげです

レプトン（ニュートリノ，電子など）も質量は小さいですね（クォークだって）
これはカイラル対称性のおかげ（少しは破れている）

スピン0のスカラーには，質量ゼロを守る対称性がなかった！
そこで SUSY

カイラル対称性 + 超対称性がヒッグスの質量を小さいままにする！

という枠組みだが，詳細はこんな感じ

例： top と stop の量子効果（ヒッグス粒子の質量補正）が相殺

1' . 宇宙定数（真空のエネルギー）の相殺

$$M_{\text{Planck}}^4 \sim 10^{112} \text{ eV}^4 \text{ よりも小さく,}$$

$$\frac{1}{2} \int d^3k \left(\sqrt{k^2 + m_B^2} - \sqrt{k^2 + m_F^2} \right)$$

$$\sim |m_B^2 - m_F^2| M_{\text{Planck}}^2 \sim M_{\text{SUSY}}^2 M_{\text{Planck}}^2 \sim 10^{80} \text{ eV}^4$$

すこしはまし？

まだまだ桁がほど遠い！！！！ $\rho_{\text{cr}} \sim 10^{-12} \text{ eV}^4$

string/brane を持ち出しても未解決？？？

2. ゲージ結合定数の統一

エネルギーにより結合定数（力の強さ）が変化（量子効果 = ループの寄与による）

標準模型の先が見えてくる？ $M_{\text{GUT}} \sim M_{\text{Planck}}$

GUT

Grand Unified Theory

超対称性のない GUT の ほぼ 統一スケール < 超対称性のある GUT の統一スケール

このため

SUSYGUT では

陽子の寿命は長くすることが出来る！

ただし通常 GUT にはない新たな崩壊モード（sparticle の寄与）
があるので、注意が必要。

われわれは質量ゼロのグラヴィティーノを見たことがないので、
現在の宇宙では、たぶん局所超対称性は破れている。

$$\text{グラヴィティーノ質量} \quad m_{3/2} \approx M_{\text{SUSY}}^2 / M_{\text{Planck}}$$

ダークマターの有力候補

ただし、「気に掛けていないと」、多くなりすぎることも

以下割愛： ペペロンチーノ，アルパチーノ，タランティーノ，・・・

超対称性の数を増やす

4次元では最大, $N=8$ 多重項 . . . 有限理論?

$$\begin{array}{cccccccccc}
 -2 & -3/2 & -1 & & -1/2 & 0 & 1/2 & & 1 & 3/2 & 2 \\
 Q_8 & & Q_7 & & Q_6 & & Q_5 & Q_4 & & Q_3 & Q_2 & Q_1
 \end{array}$$

これは 11 次元 $N=1$ 超重力から次元降下により得られる。

(11 次元のスピンール 1 個は 4 次元のスピンール 8 個分)

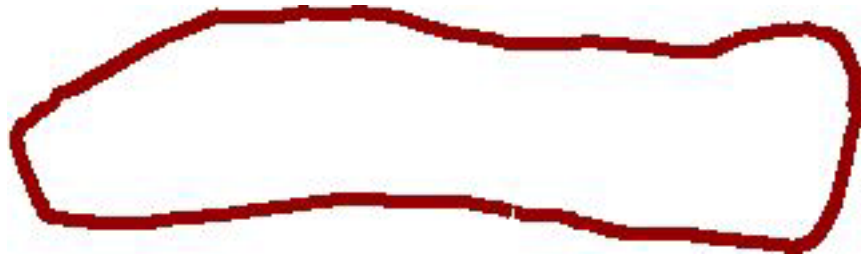
4次元 $N=4$ YM 多重項 . . . 有限理論であることが知られている。

$$\begin{array}{cccccc}
 -1 & & -1/2 & 0 & 1/2 & 1 \\
 & Q_4 & & Q_3 & Q_2 & & Q_1
 \end{array}$$

superstring theory

超重力を含む統一理論

超対称性がないと摂動的真空を見いだすのが困難



ひも になり~たい~

理論開発 Mathematical tool としての発展

摂動・非摂動，両側面に不可欠

Dark Matter

今日の話

候補 nonsense

meta-physics

MACHOs ? WIMPs ? ApJs ?

physics

謎, かといって桁違いの量でもない

WIMP = neutralino particles

世界の**半分**の粒子をわれわれは知らなかった！

特にここ

しかも重い！

超対称性は魔法の鏡

お伽噺？ とてもありそうもない？

いやいや

Dirac の反粒子，発見（1930 年代）

このときも「粒子」は 2 倍！

歴史は繰り返す？ のか？

2倍2倍

マルハッチ

2倍じゃいけないんでしょうか

ちなみに

粒子-反粒子 特殊相対性理論の帰結
電子質量の量子補正がマイルドに 量子電磁力学

particles-sparticles 超対称性の帰結
階層性問題の解決 (量子効果の相殺) 大統一理論? 重力も?

閑話休題

ダークマターの条件

電氣的に中性・・・光らない 「ニュートラリーノ」

重い・・・非相対論的 (CDM)

バリオンでない・・・元素合成に直接影響しない？

安定・・・寿命 宇宙年齢程度 10^{10} 年 以上

WIMP は

「**neutralino**」 photino, higgsino, zino, 等の混合
or gravitino ?

最も軽い sparticle (**LSP**) は ほぼ 安定

例えば

電子 , 電子 , 光子の相互作用

(e, e, γ)

があれば

電子 , スカラー電子 , フォティーノの相互作用

$(e, \tilde{e}, \tilde{\chi})$

スカラー電子 , スカラー電子 , 光子の相互作用

$(\tilde{e}, \tilde{e}, \gamma)$

がある。

sparticleは単独で生成 / 消滅しない

一番軽い sparticle (LSP) は安定

宇宙で対消滅・・・線

注： 厳密な議論には R parity $R = (-1)^{3B+L+2S}$ の導入が必要

WIMP 検出実験

地下, 液化キセノンなど

出るかな sparticle

超対称標準理論 (MSSM, NMSSM, ...) は

計算可能なモデル

particle と sparticle はスピン, 質量を除き同一の量子数を持つ

もちろん理論には不定なところもある

理論的大問題

SUSY をいかにして破るか

現象論ではたいてい質量項を手で加える

SUSY breaking mechanism に決定版はない

+gravity mediation, gauge mediation, anomaly mediation,...いずれも隠れたところ (brane など) で破る!

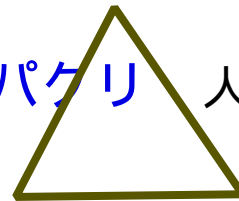
SUSY (in particle theory) を信じる？

- SUSY が**存在** × SUSY を**信じる** = 「素晴らしい洞察力」
- SUSY が**無い** × SUSY を**信じる** = とりあえずしばらく論文が書ける
- SUSY が**存在** × SUSY を**信じない** = 「ハズレ，読みが甘い」 ×
- SUSY が**無い** × SUSY を**信じない** = あたり，でも特に誉められない -

なので

とりあえず信じていて損はない。

以上，パスカルの神の存在議論の**パケリ** 人間は考えるアシである



Thank you for your attention.

第一部終了

こたつたこ

しんでんし

引き続き，第二部

Extra slides

超対称量子力学再び (SQM revisited)
超対称場の理論と超場 (superfield)
次元簡約 (dimensional reduction)
もっと簡単な超対称量子力学モデル
ソリトンと超対称性

超対称量子力学 再び

スピン 1/2 粒子, 一次元

$$= \begin{pmatrix} + (q) \\ - (q) \end{pmatrix}$$

$$H = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dq^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{dW(q)}{dq} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{d^2W(q)}{dq^2} = \tilde{Q}^2$$

$$\tilde{Q} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{d}{dq} + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{dW(q)}{dq}$$

練習問題: $W(q) = \frac{1}{2} q^2$ のとき, H は前の H_{SUSY} と同じ

基底状態 $H|0\rangle = 0$ $\tilde{Q}|0\rangle = 0$

$$\tilde{Q}|0\rangle = 0 \quad \left(\frac{d}{dq} - \frac{dW(q)}{dq} \right) \psi_0(q) = 0$$

$$\psi_0(q) = e^{-W(q)} \begin{pmatrix} C_+ \\ C_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_+ e^{-W(q)} \\ C_- e^{+W(q)} \end{pmatrix}$$

規格化可能条件

$$W(q) = W(-q) = \pm$$

規格化可能条件

$$W(q) = W(-q) = \pm 1$$

$\frac{dW(q)}{dq}$ のゼロ点の数が奇数ならば，超対称性がある。

(調和振動子はこの場合)

$\frac{dW(q)}{dq}$ のゼロ点の数が偶数ならば，超対称性が破れる

なぜ？

ヒント： トンネリング

非摂動的超対称性の破れ

(ゼロ点の数が3のとき最低エネルギーがゼロなのは逆に不思議)

書き直す

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dq^2} + \frac{1}{2} W'^2 + \frac{1}{2} W'' & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dq^2} + \frac{1}{2} W'^2 - \frac{1}{2} W'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_+ & 0 \\ 0 & H_- \end{pmatrix}$$

$$\tilde{Q} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{d}{dq} - \frac{i}{\sqrt{2}} W' \\ -\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{d}{dq} + \frac{i}{\sqrt{2}} W' & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & A^\dagger \\ A & 0 \end{pmatrix}$$

$$= A f + A^\dagger f^\dagger$$

$$H_+ = A^\dagger A, \quad H_- = A A^\dagger$$

$H_+ = A^\dagger A$ と $H_- = A A^\dagger$ の関係を超対称ということもある。

スペクトルはゼロモード以外同じ

行列の場合

AB と BA の固有値は，ゼロ以外は一致

$$U = \begin{pmatrix} 1 & A \\ B & x1 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} x1 & -A \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$UV = \begin{pmatrix} x1 & 0 \\ xB & x1 - BA \end{pmatrix}, \quad VU = \begin{pmatrix} x1 - AB & 0 \\ B & x1 \end{pmatrix}$$

$$\det UV = \det VU$$

からわかる。

もっとも， $\text{tr} (AB)^n = \text{tr} (BA)^n$ からも証明可能。

「古典」ラグランジアン

$$L = \frac{1}{2} \dot{q}^2 - \frac{1}{2} \left(W'(q) \right)^2 + i f \dagger \dot{f} - \frac{1}{2} W''(q) [f \dagger, f]$$

$f \dagger$ と f はグラスマン変数。

$$p = \dot{q}, \quad \dot{f} = i f \dagger \quad \text{量子化} \quad [\hat{q}, \hat{p}] = i, \quad \{\hat{f}, \hat{f} \dagger\} = 1 \quad (\text{以下 hat 略})$$

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \frac{1}{2} \left(W'(q) \right)^2 + \frac{1}{2} W''(q) [f \dagger, f]$$

$$= \{Q, Q \dagger\}$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(p + i W'(q) \right) f, \quad Q \dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(p - i W'(q) \right) f \dagger$$

$$\begin{aligned}
 i \left[\sqrt{2Q}, q \right] &= f, \quad i \left[\sqrt{2Q^\dagger}, q \right] = f^\dagger \\
 i \left\{ \sqrt{2Q}, f^\dagger \right\} &= i p - W'(q), \quad i \left\{ \sqrt{2Q^\dagger}, f \right\} = i p + W'(q), \\
 \left\{ Q, f \right\} &= \left\{ Q^\dagger, f^\dagger \right\} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dagger q &= i \left[\sqrt{2} \dagger Q, q \right] = \dagger f, \\
\dagger f &= 0, \quad \dagger f \dagger = i \left[\sqrt{2} \dagger Q, f \dagger \right] = \dagger \left(i p - W'(q) \right) \\
q &= i \left[\sqrt{2} Q \dagger, q \right] = f \dagger \\
f &= i \left[\sqrt{2} Q \dagger, f \right] = \left(-i p - W'(q) \right), \quad f = 0
\end{aligned}$$

, \dagger は Q, Q^\dagger 同様, グラスマンであることに注意。

経路積分

$$L = \frac{1}{2} \dot{q}^2 - \frac{1}{2} \left(W'(q) \right)^2 + i f \dot{t} \dot{f} - \frac{1}{2} W''(q) [f \dot{t}, f]$$

$f \dot{t}$ と f はグラスマン変数だが, c 数として扱う

$$L = \frac{1}{2} \dot{q}^2 - \frac{1}{2} \left(W'(q) \right)^2 + i f \dot{t} \dot{f} - W''(q) f \dot{t} f$$

$$Df \dot{t} Df \exp \left(i \int dt \left(f \dot{t} \left(i \frac{1}{t} - W'' \right) f \right) \right) \det \left(i \frac{1}{t} - W'' \right)$$

分配関数

 $Z =$

$$Dq Df \dagger Df e^{i \int L dt} = Dq \det \left(i \frac{1}{t} - W'' \right) e^{i \int \left(\frac{1}{2} \dot{q}^2 - \frac{1}{2} W'^2 \right) dt}$$

$$= i \dot{q} - W' \text{ とおくと } \frac{1}{q} = i \frac{1}{t} - W'' \text{ なので}$$

$$D = Dq \det \left(i \frac{1}{t} - W'' \right), \text{ また}$$

$$\begin{aligned}
\dot{Z}^2 &= \dot{\left(i \dot{q} - W' \right)^2} = \dot{\left(-\dot{q}^2 + W'^2 - 2i\dot{q}W' \right)} \\
&= \dot{\left(-\dot{q}^2 + W'^2 \right)} - 2i \dot{q} W' \\
&= \dot{\left(-\dot{q}^2 + W'^2 \right)} \quad \text{if susy unbroken}
\end{aligned}$$

ゆえに

$$Z = D e^{-i \int \dot{Z}^2 dt} \quad \text{if susy unbroken}$$

自由場と等価（ゼロモードに注意する場合あり）

超対称場の理論と超場 (superfield)

2次元 Wess-Zumino 模型

notations

$$\begin{aligned}
 \mu &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 \sigma_0 &= \sigma_2, \quad \sigma_1 = i \sigma_3, \quad \left\{ \sigma_1, \sigma_3 \right\} = -2 \sigma_0 \\
 \sigma_3 &= \sigma_0, \quad \sigma_1 = \sigma_3 \\
 \sigma_1 &= \sigma_3 \\
 \left[\sigma_1, \sigma_3 \right] &= 2 \sigma_0, \quad \sigma_1 = \sigma_3
 \end{aligned}$$

2成分スピノール 反可換 (グラスマン数)

例：

$$\begin{aligned}
 \psi^T \psi &= 0 & \psi \psi^T &= 0 \\
 \psi^T \psi &= -\psi^T \psi & \psi \psi &= -\psi \psi \\
 \psi^T \psi &= -\psi^T \psi & \psi \psi &= -\psi \psi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \psi^T \psi &= -\psi^T \psi \\
 \psi \psi &= -\psi \psi \\
 \psi^T \psi &= -\psi^T \psi \\
 \psi \psi &= -\psi \psi
 \end{aligned}$$

$$\text{グラスマン座標} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} x_2 &= -\frac{\partial}{\partial x_2} x_1, & \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} &= \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} x_1 &= -2i \frac{\partial}{\partial x_2} \end{aligned}$$

$$\text{フィールツ変換: } \frac{\partial}{\partial x_A} \frac{\partial}{\partial x_B} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_{AB}}$$

$$\text{微分: } \frac{\partial}{\partial x_A} x_B = \frac{\partial}{\partial x_A} x_B, \quad \frac{\partial}{\partial x_A} (x_B x_C) = \frac{\partial}{\partial x_A} x_B x_C - \frac{\partial}{\partial x_A} x_C x_B$$

$$\frac{\partial}{\partial x_A} \frac{\partial}{\partial x_B} = -\frac{\partial}{\partial x_B} \frac{\partial}{\partial x_A}, \quad \frac{\partial}{\partial x_A} 1 = 0$$

積分： $d_1 = 0, \quad d_{11} = 1$

演習問題： $\exp(M_2) = 1 + M_2$

$$d_2 d_1 \exp(M_2) = M_2$$

スカラー超場 (x^0, x^1, \dots, x^2)

グラスマン座標でマクローリン展開すると、多項式にとどまる

$$(x, \dots) = (x) + \dots (x) + \frac{1}{2} \dots F(x)$$

一つの多重項 (\dots, \dots, F)

座標変換

$+ \dots, x \rightarrow x + i \dots$
を考えていく。

$$= \overline{\quad}$$

$$= (F - i / \quad)$$

$$F = -i \overline{\quad} /$$

の（質量）次元は $-1/2$

$$\dots 0, \quad \dots 1/2, F \quad \dots 1$$

$$\dots 1$$

F には必ず（普通の時空座標による）微分がはいる
 （場について線形変換）
 ゆえに全微分（ $\quad_{\mu} K^{\mu}$ ）の形

$$d^2 \bar{} = 1, \quad d^2 1 = d^2 \bar{} = 0$$

$d^2 x d^2$ (超場) は超対称変換で不変

$$\begin{aligned} [\bar{Q}_1, \bar{Q}_2] &= -2i \bar{}_1^\mu _2^\mu \\ \{Q_A, Q_B\} &= 2 ^\mu P_\mu, \quad P_\mu = -i _\mu \end{aligned}$$

超対称変換で不変な理論を作る

$$\text{共変微分: } D_A = \frac{\partial}{\partial x^A} - i \gamma_A \not{\partial}$$

$$\{D_A, Q_B\} = 0 \quad \text{なので共変。}$$

$$D = \not{\partial} + \left(F - i \not{\partial} \right) + \frac{1}{2} i \not{\partial} \not{\partial}$$

$$\bar{D} = \not{\partial} + \left(F + i \not{\partial} \right) - \frac{1}{2} i \not{\partial} \not{\partial}$$

$$d^2 \bar{D} D = - \left(\not{\partial} \right)^2 + F^2 + \frac{1}{2} i \not{\partial} \not{\partial} - \frac{1}{2} i \not{\partial} \not{\partial}$$

$$d^2x \left[-\frac{1}{2} (\dot{x})^2 + \frac{1}{2} i \dot{\psi} \psi / + \frac{1}{2} F^2 + F \frac{W(x)}{2} - \frac{1}{4} \frac{d^2 W(x)}{dx^2} \right]$$

Wは superpotential と呼ばれる。

超対称作用

$$S = \int d^2x \left[-\frac{1}{2} (\dot{x})^2 + \frac{1}{2} i \dot{\psi} \psi / + \frac{1}{2} F^2 + F \frac{W(x)}{2} - \frac{1}{4} \frac{d^2 W(x)}{dx^2} \right]$$

(1 + 1) 次元 Wess-Zumino 模型

(1 + 1) 次元 Wess-Zumino 模型の超対称不変性を確認

$$\psi = \bar{\psi} \quad , \quad \psi = (F - i / \dots) \quad , \quad F = -i \bar{\psi} / \dots$$

$$S = \int d^2x \left[- (\dots) \cdot \bar{\psi} + i \bar{\psi} / (F - i / \dots) + F (-i \bar{\psi} / \dots) + (-i \bar{\psi} / \dots) \frac{W}{\dots} + F \frac{^2W}{2} \dots - \frac{^2W}{2} \dots (F - i / \dots) \right]$$

$$S = \int d^2x \cdot \left[- \bar{\psi} (\dots) - i \bar{\psi} \left(F + \frac{W}{\dots} \right) \right]$$

$$= \int d^2x \cdot (\bar{\psi} K)$$

(1 + 1) 次元 Wess-Zumino 模型

$$S = \int d^2x \left[-\frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 + \frac{1}{2} i \bar{\psi} \not{\partial} \psi + \frac{1}{2} F^2 + F \frac{W(\phi)}{f} - \frac{1}{2} \frac{W''(\phi)}{f^2} \right]$$

補助場 F の運動方程式： $F = -\frac{W(\phi)}{f}$

これを戻すと

$$S = \int d^2x \left[-\frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 + \frac{1}{2} i \bar{\psi} \not{\partial} \psi - \frac{1}{2} \left(\frac{W(\phi)}{f} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{W''(\phi)}{f^2} \right]$$

の質量 m

$$V(\) = \frac{1}{2} \left(\frac{W(\)}{\ } \right)^2$$

$$m^2 = \frac{^2V(\)}{2} \text{ at } \frac{V(\)}{\ } = 0, \quad \frac{V}{\ } = \frac{W}{\ } \frac{^2W}{2} \text{ なので}$$

$$m^2 = \left(\frac{^2W}{2} \right)^2 \text{ at } \frac{W(\)}{\ } = 0$$

$$\text{一方, の質量 } m = \frac{^2W}{2}$$

$$m^2 = m^2$$

$$W(\quad) = \frac{\quad^3}{3} + m \frac{\quad^2}{2} \text{ を選ぶと}$$

$$S = \int d^2x \left[-\frac{1}{2} \left((\quad)^2 + m^2 \quad^2 \right) + \frac{1}{2} i \quad (\quad / - m) \right. \\ \left. - m \quad^3 - \frac{1}{2} \quad^2 \quad^4 - \quad \quad \quad \right]$$

次元簡約 [次元降下] (dimensional reduction)

$$S = \int d^2x \left[-\frac{1}{2} (\dot{\phi})^2 + \frac{1}{2} i \dot{\psi} \psi + \frac{1}{2} F^2 + F \frac{W(\phi)}{L} - \frac{1}{2} \frac{d^2 W(\phi)}{d\phi^2} \phi^2 \right]$$

- 場は $t = x^0$ のみに依存 ($x = x^1$ に依らない)

$$\cdot \quad = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad f = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 - i \phi_2) \text{ で書き換え}$$

$$\cdot \quad q(t)$$

$$\begin{aligned} \dot{T} &= \dot{f}_1^\dagger f_1 + \dot{f}_2^\dagger f_2 \\ &= 2f^\dagger \dot{f} + i(f_1^\dagger \dot{f}_2 - \dot{f}_2^\dagger f_1) \end{aligned}$$

$$i(f_2^\dagger \dot{f}_1 - \dot{f}_1^\dagger f_2) = f^\dagger \dot{f} - \dot{f}^\dagger f = [f^\dagger, \dot{f}]$$

に注意すると,

$$S = \int dt \left[\frac{1}{2} \dot{q}^2 + i f^\dagger \dot{f} + \frac{1}{2} F^2 + F \frac{W(q)}{q} - \frac{1}{2} \frac{W^2(q)}{q^2} [f^\dagger, f] \right]$$

超対称量子力学

超場の次元降下

$$(x, \dot{x}) = (x) + \overline{\quad} (x) + \frac{1}{2} \overline{\quad} F(x)$$

$$\cdot x^1 \text{ に依らない} \quad \cdot q(t)$$

$$\cdot = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (x_1 - i x_2) \text{ で書き換え}$$

$$\overline{\quad} = i(x_2 - i x_1) = \dagger f - f \dagger = \dagger f + f \dagger$$

$$\overline{\quad} = i(x_2 - i x_1) = \dagger - \dagger = 2 \dagger$$

$$(t, \dot{\quad}, \dagger) = q(t) + \dagger f(t) + f \dagger(t) + \dagger F(t)$$

$$Q_A = \frac{1}{A} + i \frac{1}{A} \quad Q_A = \frac{1}{A} + i(0) \frac{1}{t}$$

$$Q_1 = -i \frac{1}{2} + \frac{1}{2t}, \quad Q_2 = i \frac{1}{1} - \frac{1}{1t}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(Q_1 - iQ_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{t} - i\frac{1}{t}\right) + i\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{t} - i\frac{1}{t}\right)$$

$$= \frac{1}{t} + i\frac{1}{t}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(Q_1 + iQ_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{1}{t} - i\frac{1}{t}\right) - i\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{t} + i\frac{1}{t}\right)$$

$$= -\frac{1}{t} - i\frac{1}{t}$$

$$\sqrt{2Q} \frac{1}{t} + i \frac{1}{t}, \quad \sqrt{2Q} \frac{1}{t} + i \frac{1}{t}$$

$$\left\{ Q, Q \right\} = i \frac{1}{t}$$

$$(t, \quad , \quad t) = q(t) + \quad t f(t) + f \quad t(t) \quad + \quad t \quad F(t)$$

$$\sqrt{2Q} = f + (i \dot{q} + F) + \quad t \quad (-i \dot{f}),$$

$$- \sqrt{2Q} \quad t = f \quad t + \quad t (-i \dot{q} + F) + \quad t \quad (i \dot{f} \quad t)$$

$$(t, \quad , \quad \dagger) = q(t) + \quad \dagger f(t) + f \quad \dagger(t) \quad + \quad \dagger F(t)$$

$$\sqrt{2} \quad \dagger Q = \quad \dagger f + \quad \dagger (i \dot{q} + F) + \quad \dagger (-i \quad \dagger \dot{f}),$$

$$\sqrt{2} \quad Q \dagger = f \dagger + \quad \dagger (-i \dot{q} + F) + \quad \dagger (i \dot{f} \dagger)$$

$$(\quad + \quad , \quad \dagger \quad \dagger + \quad \dagger, \quad t \quad t + i \quad \dagger + i \quad \dagger)$$

$$\dagger q = \quad \dagger f, \quad \dagger f = 0, \quad \dagger f \dagger = \quad \dagger (i \dot{q} + F),$$

$$\dagger F = \quad \dagger (-i \dot{f})$$

$$q = f \dagger, \quad f = (-i \dot{q} + F), \quad f = 0,$$

$$F = (i \dot{f} \dagger)$$

supercharges

と反可換な共
変微分

$$D = \frac{d}{dt} - i \frac{\partial}{\partial t}, \quad D^\dagger = \frac{d}{dt} - i \frac{\partial}{\partial t}$$

$$D = f + (-i\dot{q} + F) + \psi (i\dot{f}),$$

$$- D^\dagger = f^\dagger + \psi^\dagger (i\dot{q} + F) + \psi^\dagger (-i\dot{f}^\dagger)$$

積分を定義： $d^2 = \frac{d}{dt} = 1$

$$- d^2 D^\dagger D = -i\dot{f}^\dagger f + i\dot{f} f^\dagger + \dot{q}^2 + F^2,$$

$$d^2 W(q) = F W'(q) - \frac{1}{2} W''(q) [f^\dagger, f]$$

もっと簡単な超対称量子力学モデル

前の
結果

$$(t, \quad , \quad \dagger) = q(t) + \quad \dagger f(t) + f \dagger(t) \quad + \quad \dagger F(t)$$

$$\sqrt{2Q} \quad \frac{\quad}{\dagger} + i \quad \frac{\quad}{t}, \quad \sqrt{2Q} \dagger \quad \frac{\quad}{\quad} + i \quad \dagger \frac{\quad}{t}$$

をさらに簡約： \quad を無くす, $\quad \dagger \quad i$

$$(t, \quad) = q(t) + i \quad f(t)$$

$$\sqrt{2Q} = \frac{\quad}{\quad}, \quad \sqrt{2Q} \dagger = i \quad \frac{\quad}{t}$$

そこで $\check{Q} \quad \frac{\quad}{\quad} + i \quad \frac{\quad}{t}$ とする。

$$\{\tilde{Q}, \tilde{Q}\} = 2i \frac{1}{t}$$

$$= q + i f, \quad \tilde{Q}(t) = i \dot{q} + i f$$

$$q = i f, \quad f = -\dot{q} \quad (\text{はグラスマン})$$

$$(\quad +, t \quad t+i \quad)$$

共変微分： $\tilde{D} \quad - i \quad \frac{1}{t}$

$$\tilde{D} = -i \dot{q} + i f$$

$$\frac{i}{2} d \tilde{D} \cdot = \frac{1}{2} \dot{q}^2 + \frac{i}{2} f \dot{f}$$

まとめ

$$q = i f, \quad \dot{f} = -\dot{q}$$

$$L = \frac{1}{2} \dot{q}^2 + \frac{i}{2} \dot{f} f \quad (\text{free theory!}) \quad p = \dot{q}$$

$$L = i \dot{f} \dot{q} - \frac{i}{2} \dot{f} \dot{q} - \frac{i}{2} f \ddot{q} = \frac{i}{2} \frac{d}{dt} (f \dot{q})$$

$$H = \frac{1}{2} p^2, \quad \tilde{Q} = -p f, \quad \text{量子化} \quad [q, p] = i, \quad \{f, f\} = 1$$

$$\{\tilde{Q}, \tilde{Q}\} = 2H, \quad [\tilde{Q}, q] = i f, \quad \{\tilde{Q}, f\} = -p$$

Addendum

(Wong Man Chui, "Introduction to Supergravity", Thesis, MSc, Imperial College)

(Peter van Nieuwenhuizen, "Introduction to Supergravity", hep-th/0408179)

supergravity or local susy ($\dot{h} = 0$)

上記理論では $L = i \dot{f} \dot{q} + \frac{i}{2} \frac{d}{dt} (f \dot{q}) = 0$ となってしまう

ネーターの方法 (略) により求められる locally supersymmetric theory は

$$L_{SG} = \frac{1}{2} (1-2h) (\dot{q}^2 + i f \dot{f}) - i \dot{q} f$$

Local SUSY: $q = i (1-2h) f$, $f = - (1-2h) \dot{q}$

$$h = - i(1-2h) \dot{q} \quad , \quad \dot{h} = - (1-2h) [(1-2h) \ddot{q} - \dot{h}]$$

の下で不変 (たれが確かめてくれ)

superspace formulation

$$H = 1 - 2h + 2i$$

$$L_{\text{SG}} = \frac{i}{2} \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2} \dot{q}^2 + \frac{i}{2} f \dot{f} \right)$$

(たれか確かめてくれ)

ソリトンと超対称性

supercharge in terms of fields

場の理論に戻る。1+1 次元 Wess-Zumino 模型

$$S = \int d^2x \left[-\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 + \frac{1}{2}i \bar{\psi} \not{\partial} \psi + \frac{1}{2}F^2 + F \frac{W(\phi)}{g} - \frac{1}{2} \frac{d^2 W(\phi)}{d\phi^2} \phi \right]$$

$$= \int d^2x$$

$$= \int d^2x \left(F - i \not{\partial} \psi \right)$$

$$F = -i \not{\partial} \psi$$

Noether current をつくる

$$= \bar{\psi} \quad , \quad = (F - i / \quad) \quad , \quad F = -i \bar{\psi} /$$

$$\bar{\psi} J = - (\quad) \bar{\psi} + i \bar{\psi} (F - i / \quad) - \bar{\psi} K$$

$$K = - (\quad) - i \left(F + \frac{W}{\quad} \right)$$

$$\bar{\psi} J = \bar{\psi} / + i \bar{\psi} \frac{W}{\quad} = \bar{\psi} / + i \bar{\psi} \frac{W}{\quad}$$

$$J = \left(/ + i \frac{W}{\quad} \right)$$

$$Q_A = dx J_A^0$$

$$Q_1 = dx \left[\left(\begin{array}{c} t \\ - \\ x \end{array} \right)_1 + \frac{W}{2} \right]$$

$$Q_2 = dx \left[\left(\begin{array}{c} t \\ + \\ x \end{array} \right)_2 - \frac{W}{1} \right]$$

量子化

$$\left[\begin{array}{c} (x, t), \\ (y, t) \end{array} \right]_t = i (x - y)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} A(x, t), \\ B(y, t) \end{array} \right\} =_{AB} (x - y)$$

$$Q_1^2 + Q_2^2 = 2H$$

$$\left\{ Q_1, Q_2 \right\} = 2 \quad dx \frac{W}{x} = 0 \quad ?$$

$$S = \int dx^0 \left[-\frac{1}{2}(\dot{\phi})^2 + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{W(\phi)}{L}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{W(\phi)^2}{L^2} \right]$$

スカラー場の静的真空解

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{W}{L} \frac{dW}{d\phi} = 0 \quad \frac{d\phi}{dx} = \pm \frac{W}{L}$$

ただし ϕ_0 , $(-)$ は定数, $\frac{W}{L}(\phi_0) = 0$ 。

例えば次のような superpotential

$$W(\phi) = \left(\frac{\phi^3}{3} - a^2 \phi \right)$$

のとき, $\phi^2(\pm \phi) = a^2$

この場合の解は (kink 解)

$$\frac{d\phi}{dx} = \pm \sqrt{\phi^2 - a^2}$$

kink 解: $\phi_0 = a \tanh(a x)$

$$\text{質量: } M = \frac{4}{3} a^3$$

別の例： superpotential

$$W(\phi) = \cos \phi$$

のとき， $\phi''(\pm \infty) = n^2 \phi^2$, $n=0,1,2,\dots$

この場合の解は

$$\frac{d\phi}{dx} = \pm \sin \phi$$

演習問題： 具体的に kink 解を求め，その質量も導け。

$$\left\{ Q_1, Q_2 \right\} = 2 \int dx \frac{W}{x}$$

$$= 2 \left(W(\quad) - W(- \quad) \right) \quad T$$

(定数)

kink 解の場合，右辺はゼロではない

$$Q_1^2 + Q_2^2 = 2H - 2M \quad (M: \text{mass of kink}), \quad \{Q_1, Q_2\} = T$$

$$Q_1^2 + Q_2^2 = \left(Q_1 - Q_2\right)^2 + \{Q_1, Q_2\} = \left(Q_1 - Q_2\right)^2 + T$$

$$= \left(Q_1 + Q_2\right)^2 - \{Q_1, Q_2\} = \left(Q_1 + Q_2\right)^2 - T$$

$$\left(Q_1 \pm Q_2\right)^2 \geq 0 \text{ なので}$$

$$M \geq \frac{|T|}{2} \quad \text{Bogomolnyi inequality}$$

等号成立 $M = \frac{|T|}{2}$ は $Q_1 = Q_2$ または $Q_1 = -Q_2$

静的 kink の場合

$$Q_1 = dx \left[\left(-\frac{W}{x} \right)_1 + \frac{W}{2} \right]$$

$$Q_2 = dx \left[\left(+\frac{W}{x} \right)_2 - \frac{W}{1} \right]$$

なので

$$\frac{W}{x} = \pm \frac{W}{x}$$

$$M = \int dx \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{x} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \int dx \left[\left(-\frac{1}{x} \pm \frac{W}{x} \right)^2 \pm 2 \frac{1}{x} \frac{W}{x} \right]$$

ゆえに $M = \left| \int dx \frac{1}{x} \frac{W}{x} \right| = 0, \quad M = \frac{|T|}{2}$

さて，どう破れている？

$$= (F - i / \quad) , \text{運動方程式} = \left(- \frac{W}{\quad} - i / \quad \right)$$

kink 解では $= \left(- \frac{W}{\quad} + \frac{\quad}{x} \right)$

$$x_1 = - \frac{W}{x_1} + \frac{\quad}{x_2} , \quad x_2 = - \frac{W}{x_2} + \frac{\quad}{x_1}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \frac{W}{x_1} + \frac{\quad}{x_2} \\ - \frac{W}{x_2} + \frac{\quad}{x_1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \frac{W}{x_1} - \frac{\quad}{x_2} \\ - \frac{W}{x_2} - \frac{\quad}{x_1} \end{pmatrix}$$

kink 解 (BPS) が背景にあるとき，超対称性は「半分」破れている。

一般に B P S ソリトンの上では，
対称性は $1/2$ (または $1/4, 1/8, \dots$) 残る。

演習問題： kink 解の背景で，
ボソンの fluctuation，およびフェルミオンには
ゼロモードが存在する。具体的に表せ。
例えば， μ が非常に大きくなると，系はどのようなもの
になるのだろうか。

ボソン ゼロモード

$$\frac{1}{2} \psi^2 - V(\psi) = 0$$

$$\psi = \psi_0^+ \quad , \quad \frac{1}{2} \psi_0^2 - V(\psi_0) = 0 \quad \dots *$$

kink まわりの展開： $\frac{1}{2} \psi^2 - V(\psi) \approx 0$

一方，*より $\frac{1}{2} \psi_0^2 - V(\psi_0) \approx 0$

ゼロモード $\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{M}} \psi_0$ が存在する。

フェルミオンゼロモード

$$i / - W'' = 0$$

$$\begin{pmatrix} -W''(0) & -x \\ -x & -W''(0) \end{pmatrix} (\mathbf{x}) = 0$$

$${}_{0\pm}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2M}} \begin{pmatrix} x & 0 \\ \pm & x \\ & & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} x_0 \pm W''(0) \\ -W''_0 - x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \pm W'(0) \\ x \end{pmatrix} \\
 & \begin{pmatrix} -W''_0 - x \\ -W''_0 - x \end{pmatrix}_{0+} = -\frac{1}{\sqrt{2M}} \begin{pmatrix} x_0 + W'(0) \\ x \end{pmatrix} \\
 & \begin{pmatrix} -W''_0 - x \\ -W''_0 - x \end{pmatrix}_{0-} = \frac{1}{\sqrt{2M}} \begin{pmatrix} x_0 - W'(0) \\ -x \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$x_0 \pm W'(0) = 0 \quad \text{がゼロモード}$$

ゼロモード作用

$$\phi(x,t) = \phi_0(x) + q(t) \phi_0(x)$$

$$\phi(x,t) = f(t) \phi_{0\pm}(x) \quad (f \text{ はグラスマン})$$

$$\text{ただし} \quad \int dx \phi_{0\pm} W'(\phi_0) = 0$$

これを 2次元 WZ 作用に入れる。

$$S = \int d^2x \left[-\frac{1}{2}(\dot{\phi})^2 + \frac{1}{2}i \dot{\phi} \phi' - \frac{1}{2} \left(W'(\phi) \right)^2 - \frac{1}{2} W''(\phi) \phi \right]$$

$$S = \int d^2x \left[\frac{1}{2} (\dot{q}_{0\pm}(x))^2 + \frac{1}{2} i \mathbf{f} \dot{\mathbf{f}}_{0\pm}(x)^T \right]$$

$$S = \int dt \left[\frac{1}{2} (\dot{q})^2 + \frac{1}{2} i \mathbf{f} \dot{\mathbf{f}} \right]$$

ゼロモード以外の寄与は，強結合極限で消える（decouple）

ゼロモードの超対称変換

$$= \overline{q}_0 = \tau^0 f_{0\pm}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \pm \\ - \end{pmatrix} \text{とすれば}$$

$$q = i f$$

一方

$$= \begin{pmatrix} -W' & -i/ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -i & + & -W' \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \pm \\ - \end{pmatrix} \text{ のとき } \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & -W' & 0 \end{pmatrix} = 0$$

($x_0 \pm W'(x_0) = 0$ なので) というわけで kink の上で

$$f_{0\pm} = \begin{pmatrix} -i & \dot{q} \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \text{ さらに}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ \pm i \end{pmatrix}$$

$$f_{0\pm} = -\dot{q} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \pm \\ 0 \end{pmatrix} = -\dot{q}_{0\pm}$$

結局ゼロモードにつき

$$q = i f, \quad f = - \dot{q}$$

前節と一緒にだ！

超場

$$= (x) + \frac{1}{2} F(x)$$

$$= - \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \pm \\ - \end{pmatrix} \text{とする。このとき} \quad = 0$$

$$= (q + i f)_0$$

前節と一緒にだ！

Thank you!